

FRAKTALNY WYMIAR OBRAZU NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ

Piotr LESIAK

**Akademia Lubelska WSEI
Wydział Transportu i Informatyki**

Fraktale to układy geometryczne, które charakteryzują się tym, że ich fragmenty są podobne do całości.

W matematyce **wymiar fraktalny** to termin przywoływany w nauce geometrii. Opisany wzorem zmienia się wraz ze skalą, w której jest mierzony. Określany jest też jako miara zdolności wypełniania przestrzeni wzorca. Nie jest liczbą całkowitą.

Po raz pierwszy pojęcie fraktala wprowadził B. Mandelbrot, znany na świecie jako ojciec geometrii fraktalnej.

W 1967 roku wynalazł metodologię analizy fraktalnej, formułując jedną z kluczowych cech decydujących o sklasyfikowaniu obiektu jako fraktala - ***samopodobieństwo***.

W 1982 B. Mandelbrot spopularyzował geometrię fraktalną, publikując swoje dzieło ***The Fractal Geometry of Nature***.

Uświadomiło to społeczeństwu, że fraktale są „wśród nas” i mogą przybierać kształty podobne do tych naturalnych.

1. **Samopodobieństwo:** wykazują podobieństwo na różnych skalach, co oznacza, że fragmenty obrazu przypominają całość i mogą być powielane w różnych proporcjach.
2. **Nieliniowość:** są nieliniowe, co oznacza, że ich kształt i struktura zmieniają się w sposób nieliniowy w odpowiedzi na zmiany wejściowe.
3. **Skomplikowana geometria:** charakteryzują się skomplikowaną geometrią, której nie da się opisać tradycyjnymi metodami matematycznymi.
4. **Nieciągłość:** są nieciągłe, co oznacza, że ich kontur składa się z wielu szczegółów i przypomina bardziej nierówną linię niż prostą.
5. **Wielkość:** są często bardzo małe lub bardzo duże, co oznacza, że mogą być używane do reprezentowania struktur na różnych skalach, od cząstek subatomowych po galaktyki.
6. **Odporność na zniekształcenia:** są odporne na zniekształcenia, co oznacza, że nawet po skalowaniu lub obracaniu, zachowują swoje podstawowe cechy.
7. **Estetyka:** są często uważane za estetyczne ze względu na ich skomplikowane wzory i symetrie.
8. **Zastosowania:** mają wiele zastosowań, w tym w grafice komputerowej, medycynie, ekonomii, naukach o środowisku, inżynierii, biologii, analizie danych, sztucznej inteligencji, teorii chaosu, **w transporcie kolejowym** i wielu innych dziedzinach.

B. Mandelbrot z pewnością nie był świadomy możliwości wykorzystania fraktali w sektorze kolejowym.

Po raz pierwszy ta nowa metodologia została zastosowana do badania torów kolejowych w 2002 roku przez Hyslipa.

W badaniach kolejowych fraktale są wykorzystywane do:

- analizy krajowych sieci kolejowych w aspekcie planowanych rozszerzeń lub zamknięć linii a w konsekwencji zmian przepustowości, a także wyznaczania wymiaru fraktalnego w sieciach aglomeracyjnych dużych miast, wspomagając ich ocenę oraz rozwój w tym sieci metra, na przestrzeni wielu lat,
- oceny skuteczności poziomów zagęszczenia tłumu na stacjach kolejowej, gdzie do oszacowania miary obrazów tekstury użyto wymiarów fraktalnych,
- krótkoterminowego prognozowania przepływu pasażerów linii lotniczych, na kolejowych stacjach tranzytowych (terminalach), w oparciu o teorię fraktali,
- oceny bezpieczeństwa i analizy wypadków kolejowych (wykolejenia) spowodowanych przekroczeniem prędkości - metoda SAFety FRactal ANAlysis (SAFRAN),
- opracowania metody oceny jakości stali o iglastej strukturze ferrytu, wykorzystywanej w konstrukcji kolejowych wagonów towarowych, opartą na formalizmie fraktalnym,

- modelowania i badania różnych aspektów toru, takich jak jego degradacja, zmiany geometrii, naprężenia, etc., w tym:
 - ☐ analizy fraktalnej w ocenie pionowych nierówności geometrycznych toru, i ich korelacji z degradacją podsypki oraz uwzględnienie tych danych w predykcyjnym planowaniu przez zarządców prac utrzymaniowych, dzięki czemu znacząco zmniejszają się koszty napraw,
 - ☐ badania wpływu geometrii toru na drgania pionowe i poprzeczne pojazdów kolejowych dużych prędkości z punktu widzenia komfortu i bezpieczeństwa jazdy, wykorzystując analizę fraktalną,
 - ☐ opracowanie nowatorskiej metody geodezyjnej do dokładnego i zautomatyzowanego projektowania geometrii osi dróg kolejowych w oparciu o zachowanie fraktali. Algorytm stosuje szereg specjalnie zaprojektowanych i dynamicznie dostrajanych filtrów, które w pełni odpowiadają właściwościom fraktalnym danych dotyczących lokalizacji linii środkowej toru,
 - ☐ opis ewolucji geometrii nieregularności spoin szynowych i ich wpływu na dynamiczne interakcje koło-szyna w oparciu o teorię geometrii fraktalnej,
 - ☐ szacowanie osadzania się niezabezpieczonego nasypu wzdłuż linii kolejowej za pomocą wymiaru fraktalnego i nierównomierności powierzchni jego pobocza,
 - ☐ badanie rozkładu wielkości cząstek struktury sztucznej gleby na zboczach linii kolejowych w oparciu o wymiar fraktalny, dzięki czemu zanotowano istotny postęp w ich regeneracji,

- ☐ badania zagęszczania wypełniacza gruboziarnistego gruntu podtorza kolei dużych prędkości w oparciu o wymiar fraktalny,
- ☐ badania wpływu zmiennych grubości podsypki pod podkładami oraz zastosowania warstwy wyścielającej na spodzie tych podkładów w długiej perspektywie czasowej na długofalowe odkształcenia pionowe toru na odcinkach próbnych z wykorzystaniem analizy fraktalnej,
- ☐ badania symulacyjne wpływu pęknięcia cząstek podsypki w oparciu o wymiar fraktalny,
- ☐ wymiarowania fraktalnego wzdłużnego poziomu toru w obszarze rozjazdów do monitorowania degradacji podsypki,
- ☐ analizę fraktalną mikrogeometrii powierzchni szyn (chropowatość) z możliwością wykorzystania jej jako parametru akustycznego (hałas toczenia się koła),
- ☐ opis rozmiarów falistości szyn (ang. corrugation) i parametrów ich dynamicznej symulacji fluktuacji sił między kołem a szyną, przy różnych prędkościach pociągu, z wykorzystaniem deskryptorów fraktalnych,
- ☐ testowania uszkodzeń przytwierdzeń szyn metodą wibracyjną w oparciu o teorię widma multifraktalnego,
- ☐ zastosowanie systemu kontroli wykolejenia opartych o ekstrakcję tekstury obrazu toru kolejowego za pomocą analizy fraktalnej opartej na segmentacji,

- ☐ badania pęknięć powierzchniowych płyt torowych w oparciu o fraktalny model prędkości ich propagacji i współczynnik intensywności naprężenia, poprzez wyznaczenie wymiaru fraktalnego tzw. metodą zliczania pudełek (ang. *box-counting*),
- ☐ wyznaczenie wskaźników stanu technicznego (żywności) przejazdów i przejść kolejowych w oparciu o analizę multifraktalną przytorowych pomiarów przyspieszeń skorelowanych z wiedzą o prędkości pociągów,
- ☐ w oparciu o wymiar fraktalny scharakteryzowano interfejs wiązania struktury bezpodsypkowej toru z betonu samozagęszczalnego a płytą torową z betonu utwardzanego parą a także sztywność wiązania zbrojenia łączącego,
- ☐ przeprowadzono symulację wykrywania zwarć w laminowanych długich stojanach toru kolei magnetycznej dużej prędkości - lewitacja (Shanghai), zgodnie z samopodobieństwem sygnałów wędrującego pola magnetycznego upływu, w oparciu o wymiary fraktalne.

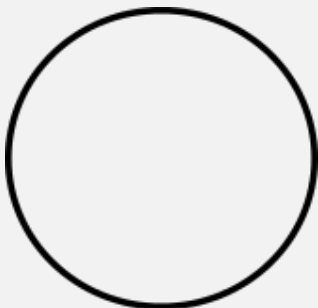
Podstawowym pojęciem teorii fraktali jest **wymiar fraktalny FD (ang. fractal dimension)**. Charakteryzuje on stopień złożoności obiektów (geometrycznych, matematycznych, fizycznych) i przedstawia liczbowo, w jakim stopniu analizowany obiekt wypełnia przestrzeń.

Koncepcja samopodobieństwa jest wykorzystywana do obliczania **fraktalnego wymiaru FD**, gdzie $N(s)$ jest sumą oddzielnych kopii samego siebie po skalowaniu czynnikiem s :

$$FD = \frac{\log N(s)}{\log\left(\frac{1}{s}\right)}$$

gdzie: $1 = N(s)s^{FD}$

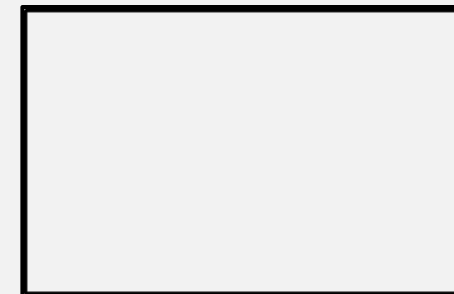
Równanie to może być bezpośrednio wykorzystane tylko dla fraktali geometrycznych.



$FD = 1.23$

Dla prostych figur geometrycznych,
wartość **FD** jest bliższa jedności,
przy złożonych kształtach, dąży do dwóch.

INFRASZYN 2023



$FD = 1.18$

W przeciwieństwie do wymiaru euklidesowego, który opisuje liniowe wymiary obiektów, **wymiar fraktalny** opisuje ilość szczegółów lub struktury obiektów o skomplikowanej geometrii w skali, która jest charakterystyczna dla danego obiektu.

Dlatego przykładem takiego obiektu może tu być **nawierzchnia kolejowa**.

Fraktalny wymiar obrazu nawierzchni kolejowej jest przykładem struktury, która jest podobna na różnych poziomach - od pojedynczej szyny do całego toru.

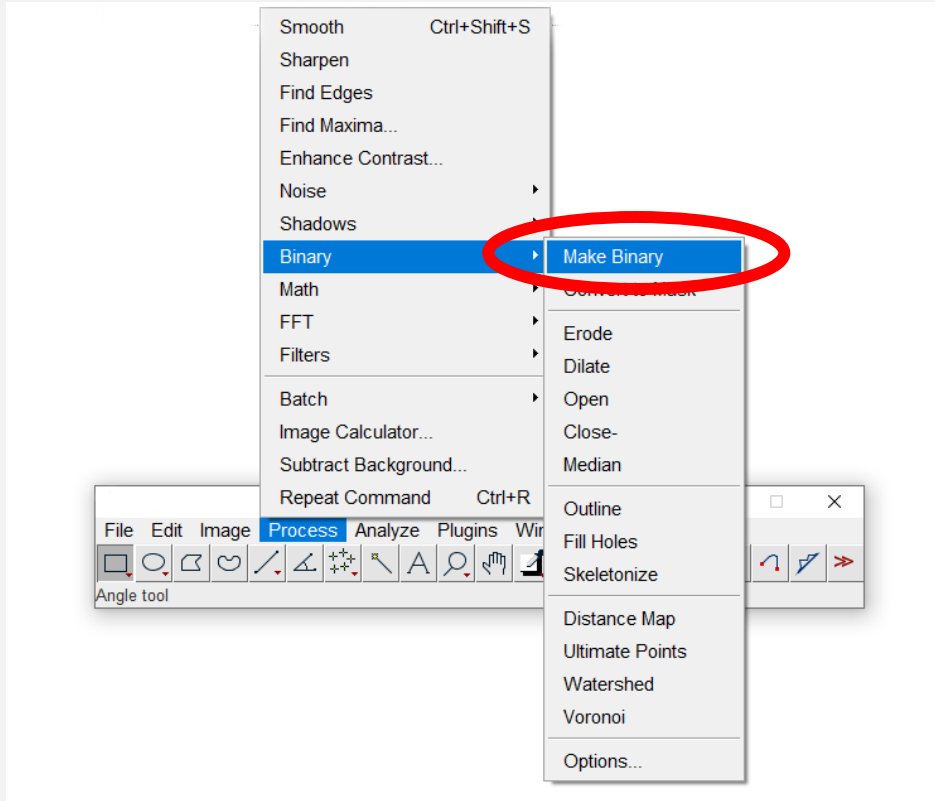
W prezentacji ograniczono się do charakterystycznych fragmentów **nawierzchni kolejowej**.

FRAKTALNY WYMIAR OBRAZU NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ

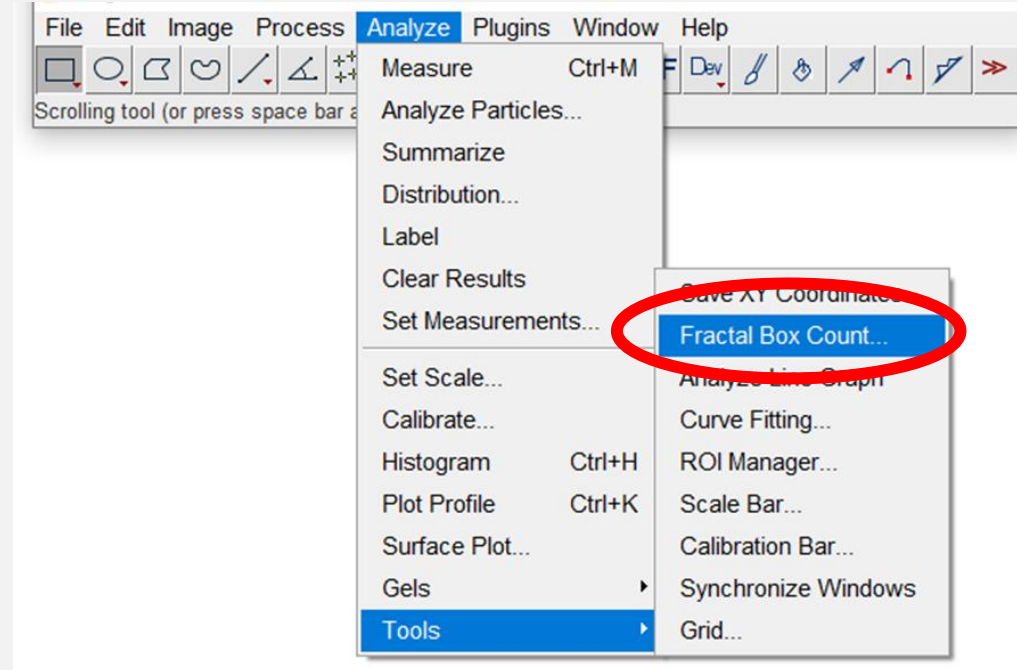
Wymiar fraktalny nawierzchni kolejowej można obliczyć za pomocą różnych metod, takich jak:

- metoda liczenia liczby elementów składowych, takich jak krzywe czy krawędzie, w różnych skalach. W przypadku toru kolejowego, liczba ta rośnie wraz ze zmianą skali, co odzwierciedla jego złożoność,
- metoda wykorzystująca **algorytm zliczania pudełek** (ang. *box-counting*), który polega na liczeniu liczby kwadratów (prostokątów) o różnych rozmiarach, potrzebnych do pokrycia całego obrazu.

Aby obliczyć wymiar fraktalny tą metodą, należy umieścić badany obraz na regularnej siatce o wielkości pudełek s . Kolejnym krokiem jest policzenie, ile elementów siatki (pudełek) pokrywa obraz. W ten sposób otrzymuje się liczbę $N(s)$ zależną od wymiarów elementów siatki. Następnie zmniejsza się wymiar pudełek s i po raz kolejny zliczane jest $N(s)$.



Operacje preprocesingu
na obrazie



INFRASZYN 2023

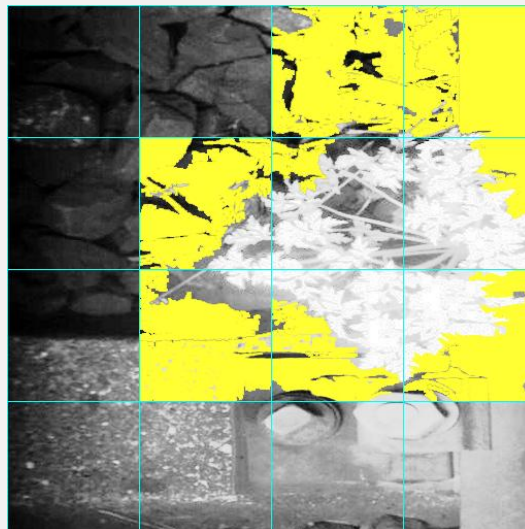
PRZYKŁAD OBLICZEŃ *FD* OBRAZU NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ METODĄ PUDEŁKOWĄ

Metoda obejmuje analizę dwuwymiarowych obrazów (zdjęć) zrobionych z perspektywy **pomiarowego pojazdu szynowego**.

Siatka 4x4 – 2 bity

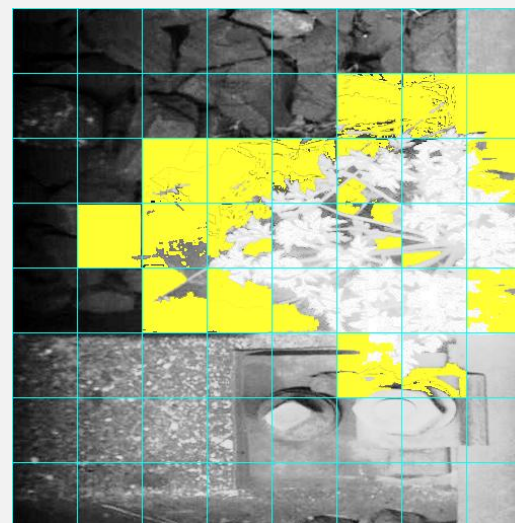


Analizowany obraz
512x512 pikseli, 8 bit, 256 K



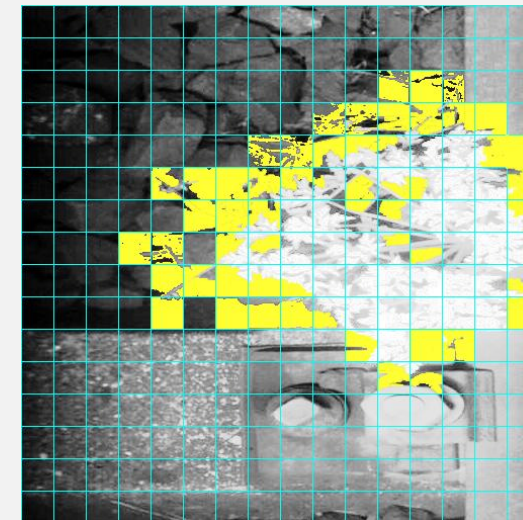
Liczba pudełek =8

Siatka 8x8 – 3 bity



Liczba pudełek =24

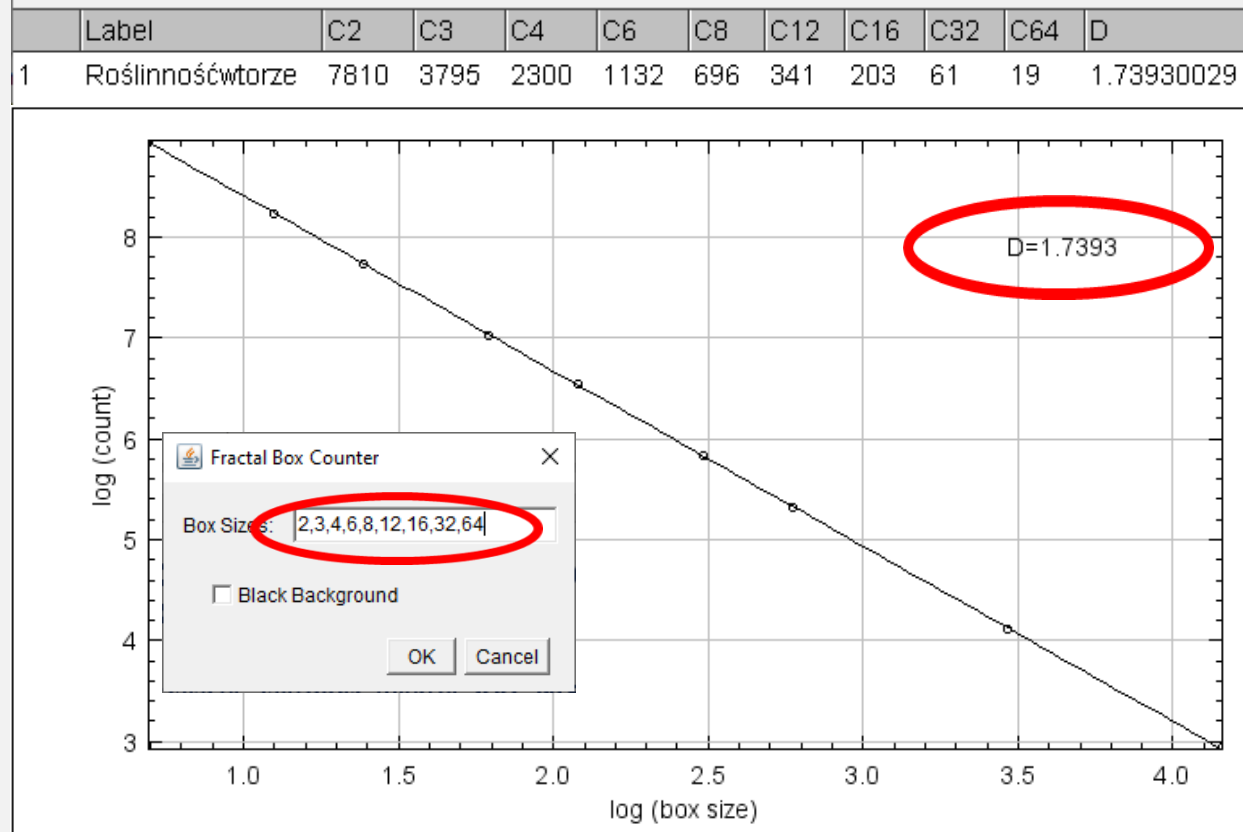
Siatka 16x16 – 4 bity



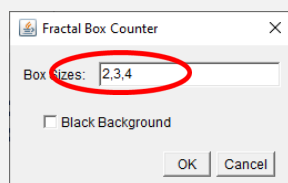
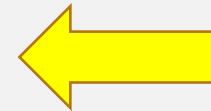
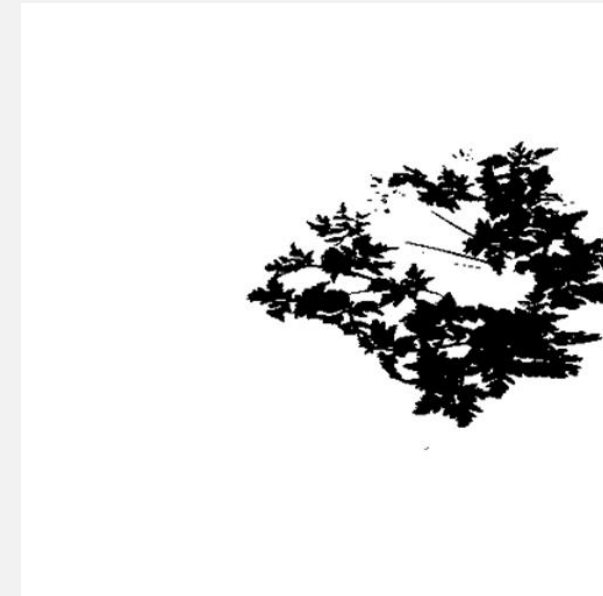
Liczba pudełek =82

PRZYKŁAD OBLICZEŃ FD OBRAZU NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ METODĄ PUDEŁKOWĄ

Nachylenie prostej wyznaczającej zależność między $\log N(s)$ oraz $\log(1/s)$, wyznacza wymiar pudełkowy FD .



Ekstrahowany obraz roślinności po operacjach preprocesingu, jak segmentacja, progowanie, binaryzacja i inwersja



$D=1.765$

INFRASZYN 2023

Im bardziej skomplikowany zarys obiektu, tym wartość FD bliższa jest liczbie 2.

BADANIE WPŁYWU ZAGĘSZCZENIA PODSYPKI W OBRĘBIE PRZYTWIERDZENIA TYPU K, NA ZMIANY FD – METODA BEZPOŚREDNIA

Obliczanie względnych zmian wymiaru fraktalnego metodą pudełkową nawierzchni kolejowej zasadza się na obliczaniu różnic w wartościach tego wymiaru pomiędzy stanem istniejącym (obrazem bazowym), a stanem po wprowadzeniu danej zmiany (elementu degradacji)

$$FD [\%] = \frac{FD - FD_B}{FD_B} 100\%$$

Obraz bazowy

$FD_B = 1.215$, dla 64 bit
 $FD_B = 1.434$, dla 4 bit

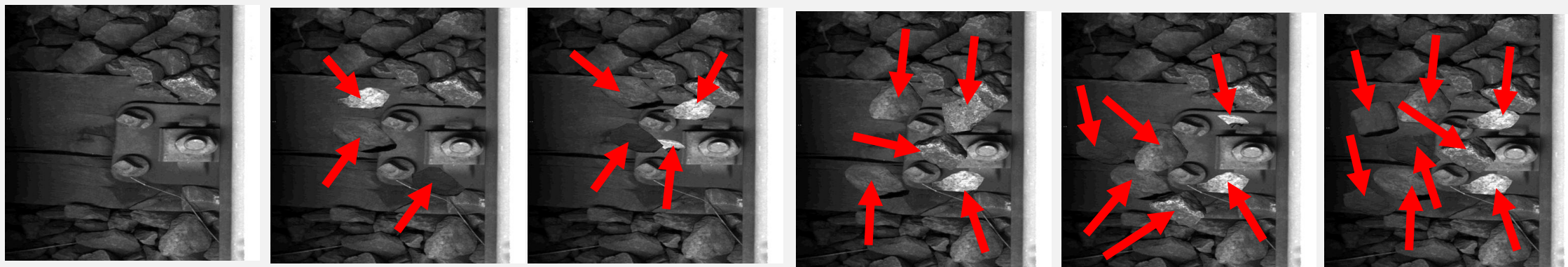
$FD [\%] = 7.74$, dla 64 bit
 $FD [\%] = 8.7$, dla 4 bit

$FD [\%] = 8.9$, dla 64 bit
 $FD [\%] = -8.4$, dla 4 bit

$FD [\%] = 15.2$, dla 64 bit
 $FD [\%] = -7.1$, dla 4 bit

$FD [\%] = 10.0$, dla 64 bit
 $FD [\%] = 7.0$, dla 4 bit

$FD [\%] = 13.2$, dla 64 bit
 $FD [\%] = 9.0$, dla 4 bit



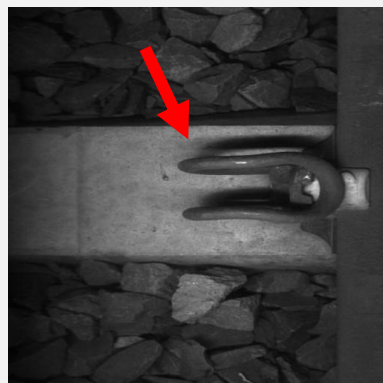
Permutacje obrazów

BADANIE WPŁYWU USZKODZEŃ PRZYTWIERDZENIA SPRĘŻYSTEGO SB NA WARTOŚĆ FD METODĄ RÓŻNICOWĄ

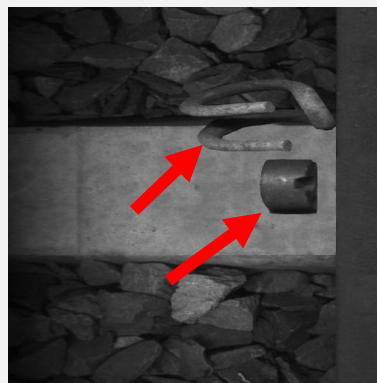
Obraz podkładu
bez przytwierdzenia
 $FD=1.945$



Obraz
przytwierdzenia
nieuszkodzonego
 $FD=1.937$



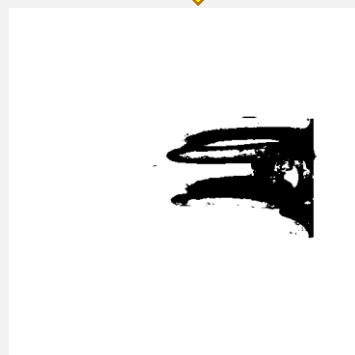
Tylko kotwa
z wypiętą łapką
 $FD=1.931$



Tylko kotwa
 $FD=1.940$



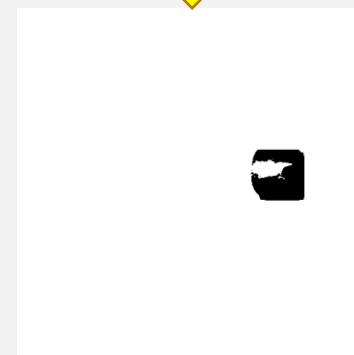
Obrazy różnicowe
fragmentów przytwierdzenia
poddanych operacjom
preprocesingu



$FD=1.791$

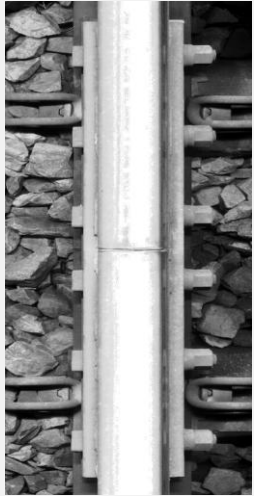


$FD=1.473$

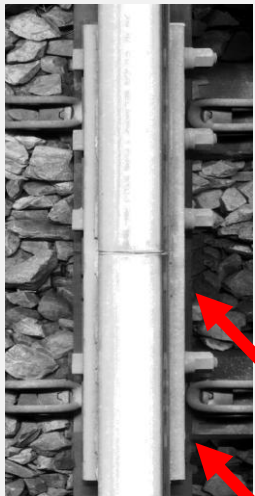


$FD=1.667$

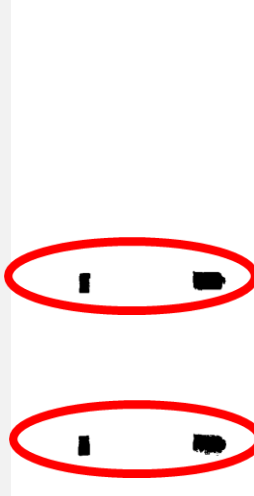
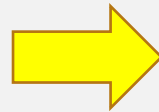
BADANIE WPŁYWU USZKODZENIA ZŁĄCZA ŁUBKOWEGO NA WARTOŚĆ FD METODĄ RÓŻNICOWĄ



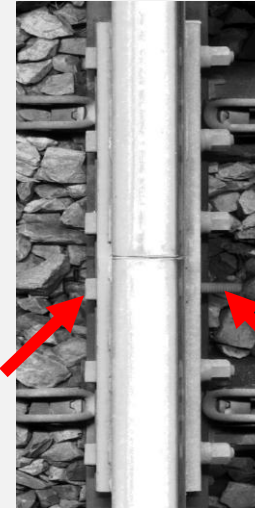
Obraz bazowy złącza
bez uszkodzeń
 $FD_B = 1.846$



Obraz złącza
bez dwóch śrub
 $FD = 1.855$



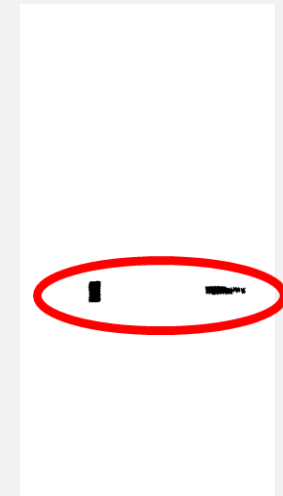
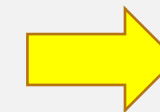
Obraz różnicowy
 $FD = 1.58$



Obraz złącza
ze śrubą bez nakrętki
 $FD = 1.853$



Obraz złącza
bez śruby
 $FD = 1.852$



Obraz różnicowy
 $FD = 1.56$

INNE OBIEKTY INFRASTRUKTURY KOLEJOWEJ W ANALIZACH FRAKTALNEGO WYMIARU

Istnieje też możliwość wyznaczania **fraktalnego wymiaru obrazu FD** dla wad powierzchniowych szyn, uszkodzeń rozjazdów i płyt na przejazdach kolejowych, deformacji podsypki, geometrii trakcji elektrycznej, skrajni toru, czy też innych elementów infrastruktury kolejowej, będących w zasięgu systemów wizyjnych pojazdów pomiarowych czy też dronów.

Fraktalny wymiar obrazu nawierzchni kolejowej może być traktowany jako wskaźnik zmian toru w funkcji czasu jego eksploatacji, szczególnie dłuższych odcinków, wykorzystując superpozycję obrazów, a szczególnie może być przydatny w :

- 1. Monitorowaniu degradacji:** Fraktale będą użyteczne w monitorowaniu zmian kształtu i nieregularności oraz w wykrywaniu uszkodzeń toru kolejowego. Dzięki temu można będzie szybciej wykryć potencjalne problemy i podjąć stosowne działania.
- 2. Optymalizacji konserwacji i redukcji kosztów utrzymania:** Analiza fraktalna będzie pomocna w optymalizacji częstotliwości konserwacji torów kolejowych, tak aby zapobiec awariom, zapewniając ich bezpieczeństwo i redukując koszty utrzymania.
- 3. Projektowaniu torów:** Fraktale mogą też być użyteczne w projektowaniu nowych torów kolejowych, przy określeniu ich optymalnego kształtu.

Podsumowując, dzięki zastosowaniu fraktali możliwe jest wspomaganie analiz badania nawierzchni kolejowej, co przekłada się na bezpieczeństwo i efektywność ruchu kolejowego.



**DZIĘKUJĘ PAŃSTWU
ZA UWAGĘ**

INFRASZYN 2023